L.7.11 Sahline

A.S :2008/2009

# Devoir de contrôle N°3

Classes $4^{ème}sc_2$

Durée : 2.h

## Exercice N°1: ( 3 pts )

Choisir la réponse correcte.

1/ On donne dans $\mathbb{C}$ , l'équation $(E): Z^2 + (3i - 4)Z - 12i = 0$ dont les solutions sont notées $Z_1$ et $Z_2$.

a)

☐ $\arg(Z_1.Z_2) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ ☐ $\arg(Z_1.Z_2) \equiv 0[2\pi]$ ☐ $\arg(Z_1.Z_2) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$

b)

☐ $|Z_1 + Z_2| = 5$ ☐ $|Z_1 + Z_2| = \sqrt{5}$ ☐ $|Z_1 + Z_2| = \frac{\sqrt{5}}{2}$

2/ Soit X la variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant

| $x_i$ | $-3$ | $-1$ | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | 0,4 | 0,35 | 0,15 | 0,1 |

a) ☐ E(X) = 1,15 ☐ E(X) = - 0,95 ☐ E(X) = -1,15

b) ☐ P(-2<X <3)=0,75 ☐ P(-2<X <3) = 0,5 ☐ P(-2<X <3) = 0,6

## Exercice N°2: ( 6 pts )

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 1 + e^{\frac{x}{2}}$

On désigne par $\zeta_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ; ( unité graphique 1 cm )

1/ Dresser le tableau de variation de f

2/a) Montrer que la droite D : y =x+1 est une asymptote à $\zeta_f$ au voisinage de $(-\infty)$

b) Etudier la position relative de $\zeta_f$ et D

3/a) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^{\frac{x}{2}}}{x} = +\infty$

b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ ; Interpréter graphiquement le résultat

4/ Tracer D et $\zeta_f$

5/ Calculer l'aire de la région du plan limitée par $\zeta_f$ , la droite D et les droites d'équations x= - 1 et x = 2

6/ Soit $C = \{M(x, y) \text{ telque } y = f(x) \text{ et } 0 \le x \le 1\}$

Calculer le volume du solide S obtenu par rotation de C autour de l'axe $(O, \vec{i})$

## Exercice N°3: ( 6 pts )

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ ; on considère la suite $(I_n)$ définie par $I_n = \int_1^e (\ln x)^n \, dx$

1/a) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$ et $\forall x \in [1, e] : (\ln(x))^n - (\ln(x))^{n+1} \geq 0$

b) En déduire que la suite $(I_n)$ est décroissante.

2/a) Calculer $I_1$

b) Montrer à l'aide d'une intégration que $\forall n \in \mathbb{N}^* : I_{n+1} = e - (n+1) I_n$

c) En déduire la valeur de $I_2$

3/a) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, I_n \geq 0$. Déduire que la suite $(I_n)$ est convergente.

b) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, (n+1) I_n \leq e$. Déduire que $\lim\limits_{n \to +\infty} I_n = 0$

## Exercice N°4: ( 5 pts )

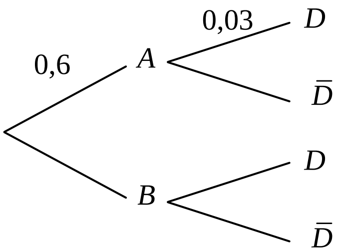
Une entreprise fabrique un article dans deux unités de production notées A et B. L'unité A, assure 60% de la production.

On a constaté que :

- 3% des pièces provenant de l'unité A présentent un défaut de fabrication.
- 8% des pièces provenant de l'unité B présentent un défaut de fabrication.

1. On prélève un article au hasard, et on note :
   - $A$ l'événement « la pièce provient de l'unité A »
   - $B$ l'événement « la pièce provient de l'unité B »
   - $D$ l'événement « la pièce présente un défaut », $\bar{D}$ l'événement contraire.

   a. Recopier et compléter l'arbre suivant :




   b. Calculer la probabilité qu'un article présente un défaut et provienne de l'unité A.

   c. Montrer que la probabilité qu'un article présente un défaut est égale à 0 ,05.

2. L'entreprise envisage de mettre en place un test de contrôle de ces articles avant leur mise en vente. Ce contrôle détecte et élimine 82% des articles défectueux, mais il élimine également à tort 4% des articles non défectueux. Les articles non éliminés sont alors mis en vente.
   On prend au hasard un article fabriqué et on note $V$ l'évènement « l'article est mis en vente ».

   a. Calculer $p(V \cap D)$ et $p(V \cap \bar{D})$. En déduire que la probabilité qu'un article fabriqué soit mis en vente après contrôle est 0,921.

   b. L'entreprise souhaite qu'il y ait moins de 1% des articles vendus défectueux. Ce contrôle permet-il d'atteindre cet objectif ?